Verstehen, wie sie rechnen

PD Dr. med. Dipl.-Päd. Michael von Aster, Universität Zürich

Veröffentlicht unter: Von Aster, M. (2003). Verstehen wie sie rechnen. *Pädagogik*, 55 (4), S.36-39)

1. Einleitung

Mit der Entwicklung von Methoden der funktionellen Bildgebung, die es erlauben Denk- und Verarbeitungsprozesse im Gehirn sichtbar zu machen, konnten in den vergangenen Jahren neue Einsichten in die mentalen Mechanismen des Rechnens und seiner Störungen gewonnen werden (Dehaene, 1997). Es gibt bereits zahlreiche Beispiele dafür, dass Ergebnisse aus der neurowissenschaftlichen Forschung zum unmittelbaren Verständnis adaptiver und maladaptiver Lern- und Entwicklungsprozesse beitragen und damit wichtige Hinweise für die Gestaltung von Didaktik, Lernumwelt und therapeutischen Strategien liefern können (vgl. Spitzer, 2002).

Für die pädagogische Perspektive ist zunächst einmal die Vorstellung von Bedeutung, dass es sich bei Lernvorgängen nicht einfach um psychologische, quasi immaterielle Prozesse handelt, sondern dass Lernerfahrungen auf der Ebene neuronaler Anpassungen eine Materialisierung erfahren durch die Bildung, Verknüpfung und Stärkung von Nervenzellverbindungen zu sogenannten neuronalen Netzwerken (synaptische Plastizität). Solche Netzwerke stellen also das physikalische Äquivalent gedächtnismässig repräsentierter Wissensinhalte und Fertigkeiten dar. Diese neuronalen Strukturen bilden sich lern- und erfahrungsabhängig aus und stellen gleichzeitig auch Baustoff und Werkzeug für zukünftige Lernerfahrungen dar.

2. Die Entwicklung mentaler Repräsentationen für Zahlen

Wie rechnen Erwachsene ?

Neurowissenschaftlich generierte Modelle der Zahlenverarbeitung basieren sehr wesentlich auf der Untersuchung erwachsener Menschen, insbesondere solcher, die

nach erworbenen Hirnschädigungen umschriebene Teilfertigkeiten im Umgang mit Zahlen verloren haben. Gemäss dem 'Triple-Code-Model' von Dehaene (1992) verfügen erwachsene Menschen unseres Kulturkreises, welche die Schule besucht und rechnen gelernt haben, über ein *modular gegliedertes neuronales Netzwerk*, das für die Verarbeitung aller zahlen- und mengenbezogenen Informationen und der damit verbundenen spezifischen kognitiven Aufgaben zuständig ist. In dem 'Triple-Code-Model' werden drei Module unterschieden in denen Zahlen in jeweils verschiedenen Kodierungen repräsentiert sind. Zwei dieser Kodierungen stellen kulturspezifische Symbolisierungssysteme für Zahlen dar: das *linguistische Zahlenwortsystem* und das *Arabische Notationssystem*. Die dritte Kodierung ist dagegen nicht kommunizierbar, sondern existiert nur in unseren Köpfen: Die Zahl ist hier durch einen Ort auf einem inneren, imaginären Zahlenstrahl bezeichnet.
Diese *abstrakt-analoge, nicht-sprachliche Repräsentation* für Zahlen lässt sich nur indirekt erschliessen, z.B. durch Befragungen erwachsener Menschen. Hier hat sich gezeigt, dass die Gestalt solcher räumlichen Zahlenstrahlvorstellungen individuell sehr unterschiedlich sein kann (Seron et al., 1992). In der Regel nimmt sie aber eine links – rechts Ausrichtung an, und man kann davon ausgehen, dass die strukturelle Untergliederung dieser Zahlenstrahlgebilde durch Arabische Zahlen erfolgt und nicht etwa durch immer grösser werdende vorgestellte Mengen von konkreten Objekten. Hierfür spricht auch die Existenz des sogenannten SNARC-Effektes (Spatial Numerical Association of Response Codes): Wenn uns Zahlen von 1 bis 9 präsentiert werden und wir aufgefordert werden, bei ungeraden Zahlen so schnell wie möglich mit der rechten Hand und bei geraden Zahlen mit der linken Hand zu drücken, dann lässt sich feststellen, dass wir mit der rechten Hand schneller reagieren bei Zahlen >5 und mit der linken schneller bei Zahlen <5.
Weitere Belege für die räumliche Konstruktion dieser Zahlenrepräsentation ist der sogenannte Distanz- und der Grösseneffekt. Der Distanzeffekt besagt, dass der Vergleich der Grösse zweier Zahlen um so leichter ist, (d.h. schneller und fehlerfreier erfolgt) je grösser der numerische Unterschied zwischen diesen Zahlen ist. Bei gleichbleibender Distanz der Vergleichszahlen ist die Aufgabe jedoch um so schwieriger, je grösser die zu vergleichenden Zahlen sind (Grösseneffekt). Die inneren Zahlenstrahlvorstellungen erfahren mit zunehmender Grösse eine logarithmische Kompression, d.h. subjektiv erscheint der Abstand zwischen 5 und 9 grösser als zwischen 5'765 und 5'769 (Weber-Fechner-Gesetz).

Wozu dienen nun diese drei miteinander verknüpften Module? Das analoge nicht-sprachliche Modul, die innere Zahlenstrahlvorstellung, wird vor allen Dingen zum Schätzen und Überschlagen von Rechnungen und zum Beurteilen von Quantität benötigt. Es liefert quasi die Bedeutung (Semantik) der Zahlen. Das Arabische Modul übernimmt den Umgang und das Operieren mit mehrstelligen Zahlen, hier wird auch beurteilt, ob eine Zahl gerade oder ungerade ist. Die linguistische Zahlwortrepräsentation schliesslich gebrauchen wir zum Zählen, zum Durchführen arithmetischer Zählprozeduren, zum Speichern von numerischen Fakten wie dem Einmaleins und zum exakten Kopfrechnen.

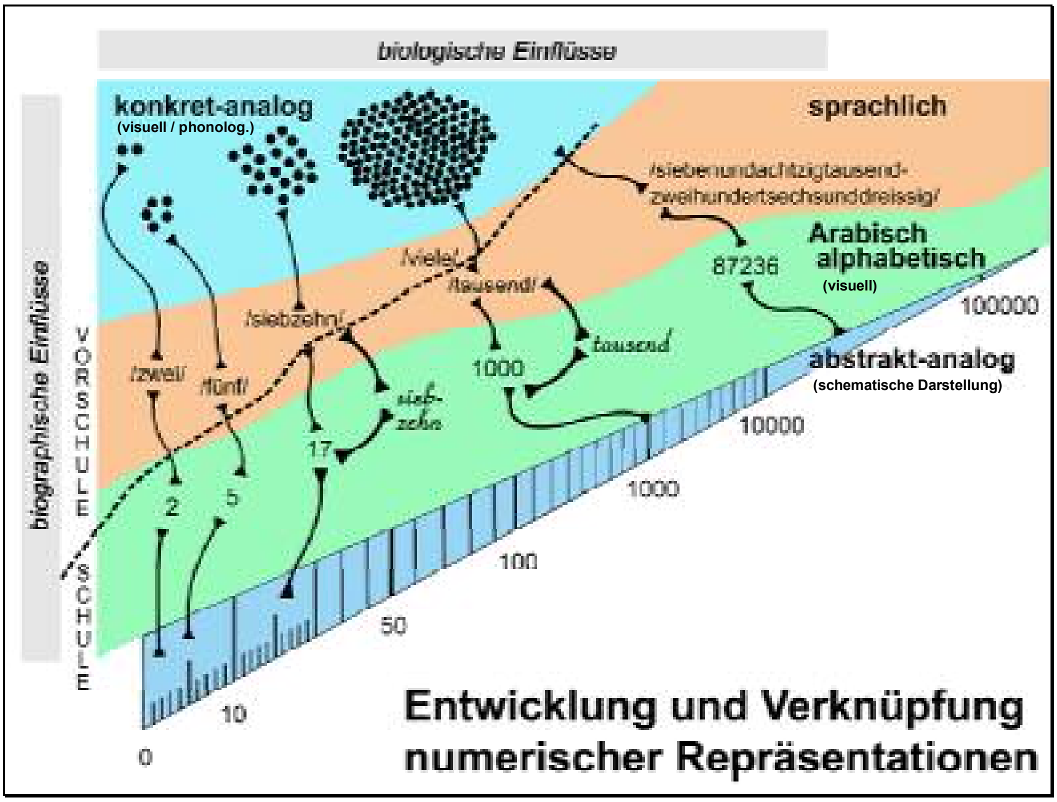
Tatsächlich konnte mittels bildgebender Verfahren gezeigt werden, dass, je nach dem, von welcher Art eine Aufgabe ist und in welcher Kodierung sie präsentiert wird, ganz verschiedene Regionen des Gehirns aktiviert werden. Der innere Zahlenstrahl ist offenbar in den parietalen Regionen (Scheitellappen) beider Hirnhälften lokalisiert, denn bei Schätzaufgaben (4+8 ist *eher* 15 oder 3) liegt bei erwachsenen Menschen das Aktivitätsmaximum in diesem Bereich. Ganz anders dagegen bei exakten Rechenaufgaben (4+5 ist *gleich* 9 oder 7): Hier liegt das Aktivitätsmaximum im Bereich der präfrontalen, sprachverarbeitenden Hirnrinde der linken Hemisphäre (Dehaene et al., 1999).

Wie rechnen Kinder ?

Oder besser gefragt, wie entwickeln sich die neuronalen Netzwerke mit ihren verschiedenen Repräsentationen für Zahlen und den damit verbundenen kognitiven Funktionen? In Abbildung 1 sind diese Prozesse schematisch dargestellt.

So wie es eine genetische Disposition dafür gibt, dass wir als kleine Kinder Sprache verstehen und gebrauchen lernen, so scheint es auch *genetisch disponierte numerische Grundkompetenzen*, eine Art Sinn für Anzahl- oder Mengenbedeutungen zu geben. Dies zeigt sich z.B. darin, dass bereits wenige Monate alte Babys kleine Mengen erfassen und unterscheiden können, lange bevor sie erste Worte lernen (Wynn, 1992). Die vorschulische Entwicklung ist vor allem dadurch gekennzeichnet, dass Kinder mit Beginn der *Sprachentwicklung* die Zahlwortsequenz, Zählprinzipien (die Eins-zu-eins-Zuordnung, stabile Reihenfolge, Kardinalität), das Zu- und Wegzählen zum Verändern von Mengen und Begriffe wie 'mehr' oder 'weniger' gebrauchen lernen. Einfache arithmetische Operationen (Additionen und Subtraktionen) werden durch immer ökonomischer werdende Zählstrategien ausgeführt, bis schliesslich einfache Fakten aus dem Gedächtnis abgerufen werden können. Sie sind dann im Langzeitgedächtnis gespeichert, d.h. neuronal repräsentiert. Die vorschulischen Entwicklungsschritte erfolgen ohne systematische Instruktionen im Kontakt mit der sozialen und familiären Umgebung und sind eng an den anschaulichen senso-motorischen Gebrauch der Finger gebunden. Solche Vorläuferfähigkeiten sind mehr oder weniger kulturübergreifend und werden auch als primäre oder intuitive mathematische Kompetenzen bezeichnet (Stern, 1998).

Abbildung 1



Als sekundäre oder kulturvermittelte mathematische Kompetenzen bezeichnet man dagegen jene, die im Rahmen der einsetzenden Beschulung erworben werden. Hier wird mit dem *Arabischen Notationssystem* zunächst eine nicht linguistische und nur visuell repräsentierte 'Zahlensprache' erlernt. Diese hat eine ganz eigene stellenwertbezogene Syntax, die sich mehr oder weniger stark von den verschiedenen linguistischen Zahlwortsystemen unterscheidet. Die Kinder erlernen und automatisieren ihre jeweiligen kulturspezifischen Übersetzungsregeln für das Übertragen eines gesprochenen oder geschriebenen Zahlwortes in die entsprechende Arabische Symbolik und umgekehrt. Die deutsche Zahlwortsequenz hält dabei mit der Zehner-Einer-Inversion eine ganz besondere Schwierigkeit bereit, die insbesondere für fremdsprachig oder zweisprachig aufwachsende Kinder eine grosse Hürde darstellen kann (von Aster et al., 1997).

Das Arabische Notationssystem ist nicht nur Grundlage für den schulischen Erwerb komplexer Rechenprozeduren. Es wird auch, und dies ist Lehrern weniger bewusst, zur Umformung der (angeborenen) konkret-analogen Repräsentation für numerische Grösse in eine abstrakt-analoge Repräsentation (Zahlenstrahl) benötigt. Im Vorschulalter ist das Beurteilen der Grösse einer Menge an die Vorstellung konkreter Objekte gebunden (Abstraktion 1. Grades) während Erwachsene dies auf der Grundlage der Zahlenstrahl-Vorstellungen tun, welche in der äusseren Welt keine reale Entsprechung mehr haben (Abstraktion 2. Grades). Diese Umformung von einer konkreten in eine abstrakte mentale Grössenrepräsentation kann mit Bezug auf die Theorie von Karmiloff-Smith (1992) als 'representational redescription' (repräsentationale Umstrukturierung) bezeichnet werden. Der Vergleich von 5 und 10 ist dann nicht mehr an das Imaginieren der Menge von z.B. fünf bzw. zehn Äpfeln gebunden, sondern an das Imaginieren der entsprechenden Orte auf dem inneren (Arabisch skalierten) Zahlenstrahl. Wegen ihrer räumlich-bildlichen Gestalt erfolgt die Verarbeitung von Informationen über numerische Grösse sowohl in der frühen konkret-analogen wie der späteren abstrakt-analogen Form in den parietalen Hirnabschnitten, die auch an allen anderen visuell-imaginativen Prozessen beteiligt sind.

Bei 5-jährigen Kindern gelang der Nachweis parietaler Aktivität am deutlichsten, wenn ein numerischer Grössenvergleich anhand von visuell präsentierten Punktmengen gefordert wurde (Temple & Posner, 1998). Dagegen war bei Kindern im mittleren Primarschulalter im Gegensatz zu Erwachsenen noch keine parietale Aktivität beim Lösen von Schätzrechenaufgaben nachweisbar, die visuell in Arabischer Notation präsentiert wurden. Die Kinder lösten die Schätzadditionen ebenso wie exakte Additionen bedeutend langsamer als Erwachsene und unter Aktivierung der gleichen links präfrontalen und okzipitalen Regionen, also dort wo sprachlich-kognitive und visuelle Informationsverarbeitung stattfindet (von Aster et al., 2001). Dies spricht dafür, dass bei den untersuchten Schulkindern eine 'umgeformte' abstrakt-analoge Zahlenstrahlrepräsentation noch nicht ausreichend automatisiert d.h. neuronal etabliert war.

Zwei grundlegende Aspekte, die für das Verständnis von Lernen und Lernstörungen ebenfalls von grosser Bedeutung sind, sollen an dieser Stelle noch Erwähnung finden. Zum einen ist dies die Entwicklung des *Arbeitsgedächtnisses*. Die Bildung langfristiger Gedächtnisrepräsentationen und die Entwicklung komplexer werdender kognitiver Fertigkeiten ist wesentlich an die im Entwicklungsverlauf zunehmende Kapazität des Arbeitsgedächtnisses gebunden. Im Arbeitsgedächtnis, das im präfrontalen Kortex lokalisiert ist, werden Information für kurze Zeit gehalten und für den Gebrauch im Rahmen kognitiver Aufgaben (Denken, Verstehen, Schlussfolgern) bereitgestellt. Nach Baddeley & Hitch (1974) werden eine Hauptkomponente und zwei Hilfskomponenten unterschieden. Die *zentrale Exekutive* priorisiert und koordiniert die Aktivitäten des Arbeitsgedächtnisses, die beiden Hilfssysteme, der sogenannte 'räumlich-visuelle Notizblock' und die 'artikulatorische Schleife' sind für die Verarbeitung bildlicher bzw. sprachlicher Informationen im Arbeitsgedächtnis zuständig. Aus den oben gemachten Ausführungen wir deutlich, dass für das Rechnen und den Umgang mit Zahlen alle drei Komponenten des Arbeitsgedächtnisses bedeutsam sind. Einschränkungen in der Entwicklung einzelner Komponenten dürften jeweils verschiedene Auswirkungen auf die Entwicklung der numerischen Repräsentationen haben.

Die Kapazität des Arbeitsgedächtnisses hängt ihrerseits zum einen vom Entwicklungsniveau des gesamten kognitiven Systems und den darin enthaltenen biographisch geformten Gedächtnisrepräsentationen ab, und zum zweiten auch vom momentanen Funktionszustand des Gehirns (z.B. Entspannung, Anspannung, Stress). Aufmerksamkeit und Arbeitsgedächtnis werden z.B. durch emotionale Erlebnisinhalte, insbesondere Angst, prioritär in Anspruch genommen. Angst kann somit die verbleibende Kapazität für die Verarbeitung anderer Informationen reduzieren, die z.B. für kognitive Aufgaben in der Schule benötigt würde. Der Hinweis auf den momentanen Funktionszustand und die emotionale Befindlichkeit erfolgt an dieser Stelle deshalb, weil wir bei Kindern mit Lernschwierigkeiten immer wieder (lernfeindliche) Zustände emotionaler Anspannung, Angst und Stress antreffen, die bei genügender Dauer und Intensität ihrerseits langfristige Repräsentationen nach dem Motto 'Lernen bringt Frust' hervorbringen. Die Folgen sind bekannt: Verlust von Motivation, Vermeidung und Ausbleiben der angezielten Lernergebnisse.

3. Rechenstörungen

Die heute geltenden Richtlinien verlangen für die Diagnosestellung eine signifikante Diskrepanz zwischen der gemessenen und der auf Grund des Alters und der allgemeinen Intelligenz erwarteten Schulleistung in Mathematik. Untersuchungen in verschiedenen Ländern kommen zu Häufigkeitsangaben zwischen zwei und sechs Prozent. Ergebnisse im deutschsprachigen Raum schwanken zwischen 4,4 und 6,7 % (von Aster, 2000). Etwa die Hälfte der Kinder haben zusätzlich zu den Rechenstörungen auch relevante Schwierigkeiten im Schriftspracherwerb. Bei einem Teil der Kinder lassen sich Störungen sogenannter neuropsychologischer Basisfunktionen feststellen, entweder im Bereich der phonologisch-sprachverarbeitenden Funktionen und/oder im Bereich der nonverbalen, visuell-räumlichen Funktionen. Zudem zeigen etwa 30% der betroffenen Kinder auch Aufmerksamkeitsdefizite (meist verbunden mit Hyperaktivität). Hieraus können Einschränkungen in der Entwicklung von Komponenten des Arbeitsgedächtnisses resultieren, was sich dann schliesslich auch erschwerend auf die Entwicklung spezifischer neuronaler Netzwerke auswirkt. Störungen solcher Basisfunktionen sind jedoch keineswegs spezifisch. Viele Kinder mit Rechenstörungen haben weder Sprach- oder Schriftspracherwerbsstörungen noch ein sogenanntes Nonverbal Learning Disability Syndrome (NLD, Rourke, 1993) oder ein Aufmerksamkeitsdefizitsyndrom. Bei ihnen scheint die Modularisierung einzelner Zahlenrepräsentationen aus anderen Gründen beeinträchtigt zu sein. Solche Gründe können in einer ungünstigen Lernumgebung, in psychologischen Belastungssituationen oder in maladaptiven Vorerfahrungen bestehen.

Eine sorgfältige Diagnostik sollte die Erfassung von Merkmalen der Symptomatik (Leistungsdiskrepanzen, Fehlermerkmale), der Entwicklungsgeschichte einschliesslich relevanter familiärer und schulischer Rahmenbedingungen, der psychischen Befindlichkeit im Allgemeinen und im Hinblick auf die spezifischen Lernschwierigkeiten ebenso einschliessen, wie die Durchführung psychometrischer Testverfahren (Intelligenz, neuropsychologische Basisfunktionen) und eine entwicklungsneurologische Abklärung. Die Diagnostik der Zahlenverarbeitung und des Rechnens selbst muss die verschiedenen inhalts- und kodierungsspezifischen Aspekte berücksichtigen. Die Neuropsychologische Testbatterie für Zahlenverarbeitung und Rechnen bei Kindern erfasst die relevanten Elemente in zwölf Subtests (ZAREKI; von Aster 2001). Anhand von Daten rechenschwacher Kinder der 2. bis 4. Klassenstufe konnten mit diesem Verfahren drei verschiedene Subtypen von Rechenstörungen clusteranalytisch unterschieden werden (von Aster, 2000):

Bei Kindern mit dem sogenannten *tiefgreifenden Subtyp* (siehe Kasten 1) lagen Mittelwert-Abweichungen von mehr als 1,5 Standardabweichungen in beinahe allen überprüften numerischen Fertigkeitsbereichen vor. Für diese Kinder kann angenommen werden, dass sich infolge genetischer Dispositionen oder frühkindlich bedingter Hirnfunktionsstörungen bereits die frühen vorsprachlichen numerischen Kompetenzen nicht angemessen haben ausprägen und entwickeln können, welche nötig sind, um, zugespitzt formuliert, überhaupt zu verstehen, wie, wann und warum Zahlworte, Arabische Zahlen und arithmetische Prozeduren gebraucht werden.

Kasten 1

Nicki, 9 Jahre, 3. Klasse, zeigt durchschnittliche bis gute Schulleistungen in allen Fächern mit Ausnahme des Rechnens. Dort hat sie ein schweres Leistungsversagen und befindet sich auf dem Stand der 1. Klasse. Ihre Mutter hat viel Verständnis, sie hatte als Kind selber eine Mathematik-Leidensgeschichte.
Nicki in der Untersuchungssituation:
Sie hat bereits einige Aufgaben gelöst und bekommt vom Untersucher nun die Aufgabe 6 + 8 = ? gestellt. Der Untersucher fordert sie auf, laut mitzuteilen wie sie vorgeht. Nicki rechnet zunächst 6 + 4 = 10. Dann 8 + 2 = 10, dann 8 + 4 = 12 (diese Ergebnisse hatte sie zuvor schon berechnet). Nicki fährt fort und rechnet nun 2 + ? = 6?. "macht 4". Jetzt fragt der Untersucher was nun das Ergebnis sei: Nicki antwortet "vierzehn". Der Untersucher bestätigt erstaunt, dass das Ergebnis genau stimme, dass er aber doch nicht verstanden habe, wie Nicki dies genau gerechnet habe. Er fordert sie auf, den Rechenweg nochmals zu wiederholen. Nicki tut dies exakt bis zu der Stelle, wo sie 8 + 4 = 12 rechnet. Dann sagt sie hätte sie "noch 2 gerechnet" und sei auf 14 gekommen. Auf die Fragen des Untersuchers nach dem warum der Rechenschritte weist Nicki zunächst auf die zuvor gelösten Rechenaufgaben. Auf die Frage, warum sie dann am Schluss "noch 2 gerechnet" habe, antwortet Nicki schliesslich "hmm! weils ja vierzehn geben muss!"

Nicki kann richtig zählen und auch Ergebnisse früherer richtig gelöster Aufgaben im Kopf behalten. Das erste Ergebnis war per Zufall richtig. Bei der Wiederholung profitiert Nicki davon, dass der Untersucher das Ergebnis bereits als richtig bestätigt hat. Die entwaffnend korrekte Antwort am Schluss kann daher nicht darüber hinwegtäuschen, dass Nicki nicht recht zu wissen scheint, was sie warum tut. Ihr fehlt die Orientierung in einem inneren Zahlenraum und sie versucht diese 'Blindheit' zu kompensieren, indem sie sich richtige Zahlenfakten merkt.

Eine andere Gruppe von Kindern (siehe Kasten 2) zeigte nur bei einfachen Kopfrechenaufgaben (Additionen, Subtraktionen), beim Abzählen von Mengen und beim Rückwärtszählen signifikante Schwierigkeiten. Dieser Subtyp wurde als *sprachlicher Subtyp* bezeichnet weil die betroffenen Kinder häufig Fehler beim Abzählen machen (z.B. infolge Sprachentwicklungs- oder Aufmerksamkeitsstörungen). Demzufolge sind auch ihre Zählstrategien beim Addieren und Subtrahieren fehleranfällig, was wiederum den Aufbau von Abrufstrategien und das Anlegen von Faktenwissen erschwert. Die Kinder verharren in unreifen, langsamen Zählstrategien und fallen schulisch zurück.

Kasten 2

Patrick, knapp 9 Jahre alt, 2. Klasse, zeigt ein sehr impulsives, ungesteuertes Verhalten, ist hyperaktiv, leicht ablenkbar und hat eine sehr oberflächliche Arbeitsweise. Er spricht sehr hastig (poltert) und man gewinnt den Eindruck, dass jede Idee, noch bevor sie überhaupt klare Konturen gewinnt, schon auf dem Weg der Ausführung ist. Wenn er eine Tür öffnet ist der Gedanke schon hindurch, während der Körper noch davor steht und so schlägt die Tür ans Knie.

Wenn Patrick in der Testsituation Punkte auf einer Vorlage mit dem Finger abzählt, so eilt entweder die Sprache oder die Motorik voraus und eine korrekte Eins-zu-eins-Korrespondenz bleibt selten bis zum Schluss erhalten. Er zählt auch Punkte doppelt und vergisst andere. Entsprechend fehleranfällig sind die Abzählstrategien beim Addieren und Subtrahieren. Die für die Entwicklung von Abrufstrategien nötige Assoziationsstärke zwischen einer Aufgabe und deren Ergebnis kann aber nur zustande kommen, wenn eine gewisse Zeitlang immer das gleiche Resultat erzielt wurde.

Ein gezieltes inhaltsbezogenes kognitives Training und die Behandlung der hyperkinetischen Störung konnte hier in relativ kurzer Zeit positive Effekte bringen, zumal die Zahlensemantik ungestört war.

Beim *Arabischen Subtyp* schliesslich (siehe Kasten 3), zeigten die Kinder in erster Linie Probleme beim Übertragen von Zahlenworten in die Arabische Kodierung und umgekehrt. Ihnen fällt das Erlernen des Arabischen Notationssystems und der entsprechenden Transkodierungsregeln besonders schwer. Überzufällig häufig fanden sich in dieser Gruppe fremdsprachig oder zweisprachig aufgewachsene Kinder, für die die zahlenlinguistischen Besonderheiten der deutschen Zahlwortreihe eine besondere Belastung darstellen. Transkulturelle Vergleichsstudien mit der ZAREKI haben in der Tat gezeigt, dass der Faktor Fremd- bzw. Zweisprachigkeit allein in der deutschsprachigen Population einen negativen Effekt auf die Testleistung hatte (von Aster et al., 1997; Dellatolas et al., 2000).

Kasten 3

Rita, ein 12 Jahre altes Mädchen, dreisprachig spanisch/französisch/deutsch aufgewachsen, besucht die 5. Klasse, schwänzt häufig den Unterricht, zeigte früher nur im Rechnen, später aber generell schwache Schulleistungen und ist depressiv. In der Untersuchung fanden sich überraschend schwerwiegende Probleme beim Übertragen von Zahlen aus der Wortform in die Arabische Form und umgekehrt. Das Wort 'achtunddreissig' schrieb sie als 83, die Arabische Zahl 15 las sie als 'einundfünzig'. Dieselben Schwierigkeiten führten auch dazu, dass sie beim Vergleichen der Grösse zweier gesprochener Zahlen eklatante Fehler machte: 'neunundvierzig' war für sie grösser als 'einundfünzig'. Ihr Sinn für Zahlenbedeutungen war ungestört: das Zuordnen von Zahlen zu analogen Positionen auf einem Zahlenstrahl gelang ihr fehlerfrei und auch das ungefähre quantifizieren einer Menge von Objekten und das Beurteilen ihrer relativen Grösse gelang ohne Mühe. In Einzelförderstunden konnten die verschiedenen Transkodierungsregeln erarbeitet und gefestigt werden, was zu einem relativ raschen Aufholen und motivierenden Lernen geführt hat.

Wegen der komplexen hierarchischen Entwicklungsdynamik zahlenverarbeitender Hirnfunktionen kann eine solche Subtypenklassifikation in der Praxis nur eine Orientierungshilfe darstellen. Prototypische Muster dieser Art finden sich nicht immer in Reinform. Der Fall des 16-jährigen Hans mit einer schweren Spracherwerbsstörung, der im Schulalter neben einer Lese- und Rechtschreibstörung eine schwere Dyskalkulie entwickelt hat, stellt hierfür ein instruktives Beispiel dar (von Aster, 2000; siehe Kasten 4):

Kasten 4

Der 16-jährige, normal intelligente Hans hatte Schwierigkeiten, längere Wort- und Satzsequenzen im Arbeitsgedächtnis zu halten und zu entschlüsseln und war daher auch nicht in der Lage, Zahlworte mit mehr als drei Zahlwortelementen zu verarbeiten. Sein eigentlicher Zahlen- und Mengensinn war ungestört: er konnte Mengen einschätzen und vergleichen, Rechnungsergebnisse überschlagen und Zahlen auf einem Zahlenstrahl abbilden, aber nur so lange, wie sich die Zahlen in einem Bereich zwischen null und wenigen Hundert bewegten. Das Umgehen mit grösseren gesprochenen Zahlen war ihm hingegen nicht möglich. Er erlernte zwar schriftliche Rechenoperationen, konnte aber niemals einschätzen, ob das Rechenergebnis auch richtig war. Er war unfähig, grössere Zahlen korrekt nach Diktat zu schreiben und zwei grössere gesprochene Zahlen nach ihrer Grösse zu vergleichen. Dies zeigt, dass Hans zwar eine abstrakte Zahlenstrahlvorstellung entwickeln konnte, aber nur innerhalb eines begrenzten Bereichs, in dem es ihm möglich war, die Zahlworte ausreichend lange im Arbeitsgedächtnis zu halten, sie im Kopf in Arabische Zahlen zu transkodieren und sie dann an die richtige Position im inneren Bild zu platzieren. Seine Schulentwicklung im Rechnen kam nicht wesentlich über den Stoff der vierten Klasse hinaus.

4. Fazit

Die Entwicklung zahlenverarbeitender Hirnfunktionen ist komplex, und die Störungen dieser Entwicklung sind in Hinblick auf die möglichen betroffenen Teilfunktionen vielgestaltig. Mit anhaltender Dauer solcher Lernstörungen steigt erwiesenermassen das Risiko für generelles Schulversagen und psychische Störungen deutlich an, was die Persönlichkeitsentwicklung insgesamt nachhaltig gefährden kann.

Welche Schlussfolgerungen lassen sich ziehen?

1. Mathematikunterricht muss wesentlich darauf ausgerichtet sein Lernprozesse zu ermöglichen, die einen komplementären Aufbau der verschiedenen numerischen Repräsentationen unterstützt. Problembezogenes Entwickeln und Durchführen mathematischer Prozeduren benötigt die Bahnen eines sinntragenden und poli-modularen neuronalen Netzwerkes. Das hierzu nötige bereichsspezifische Wissen kann am besten gebildet werden, wenn es anschaulich verstanden wird.

2. Der soziale Quervergleich durch Notengebung führt bei schwachen Schülern zu chronischen Beschämungs- und Misserfolgserfahrungen selbst dann, wenn individuelle Lernfortschritte stattfinden. Eine einzelfallbezogene Notenbefreiung für Kinder mit Dyskalkulie führt nicht zur Aufhebung sondern allenfalls zu einer Abmilderung der öffentlichen Herabsetzung. Warum nicht generell zumindest in der Primarschule auf das Benotungssystem verzichten? Erfolgreiche Schulsysteme kommen längst ohne aus.

3. Eine differentielle Diagnostik von spezifischen Lernstörungen sollte so früh wie möglich erfolgen und inhaltsspezifische Hinweise für eine individuell angepasste Förderung und Therapie liefern. Das alleinige Training neuropsychologischer Basisfunktionen (Sprache, Visuomotorik, Raumvorstellung) reicht nicht aus, denn die sich entwickelnden Netzwerke sind domänenspezifisch. Raum ist nicht gleich Zahlenraum und Sprache ist nicht gleich Zahlenwortreihe.

4. In den Grundausbildungen für pädagogisch und therapeutisch tätige Fachleute müssen relevante Inhalte verschiedener Wissensgebiete (Neurowissenschaften, klinische- und Entwicklungspsychologie, Sonderpädagogik) praxisbezogen integriert werden. Disziplinübergreifende themenbezogene Schwerpunktsetzungen in den entsprechenden Hochschul- und Fachhochschulstudiengängen könnten den nötigen Wissenstransfer zwischen den verschiedenen Berufsgruppen und zwischen Theorie und Praxis verbessern.

Literatur:

Baddeley AD & Hitch G (1974). Working memory. In G.A. Bower (Hrsg.), Recent advances in learning and motivation (Bd. 8). New York: Academic Press.

Dehaene S (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition,* 44, 1-42.

Dehaene S (1997). The number sense - How the mind creates Mathematics. New York, Oxford: Oxford University Press.

Dehaene S, Spelke E, Pinel P, Stanescu R & Tsivkin S (1999). Sources of Mathematical Thinking: Behavioural and Brain-Imaging Evidence. *Science,* 284, 970-973.

Dellatolas G, von Aster MG, Willadino-Braga L, Meier M & Deloche G (2000) Number processing and mental calculation in school children aged 7 to 10 years: A transcultural comparison. *European Child and Adolescent Psychiatry,* 9, Suppl. 2: 102-111.

Karmiloff-Smith A (1992). Beyond modularity. Cambridge: MIT Press.

Rourke BP (1993). Arithmetic disabilities, specific and otherwise: A neuropsychological perspective. *Journal of Learning Disabilities*, 26, 214-226.

Seron X, Pesenti M, Noel MP, Deloche G & Cornet JA (1992). Images of numbers, or „when 98 is upper left an 6 sky blue." *Cognition*, 44, 159-196.

Spitzer M (2002). Lernen. Gehirnforschung und die Schule des Lebens. Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg, Berlin.

Stern E (1998). Entwicklung des mathematischen Verständnisses im Kindesalter. Pabst Science Publishers, Lengerich.

Temple E & Posner MI (1998). Brain mechanisms of quantity are similar in 5-year-old children and adults. *Proceedings of the National Academy of Sciences USA* 95: 7836-7841.

von Aster MG, Deloche G, Dellatolas G & Meier M (1997). Number processing and calculation in 2nd and 3rd grade school children: a comparative study of French-speaking and German-speaking children. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie* 24, 151-166.

von Aster MG (2000) Developmental cognitive neuropsychology of number processing and calculation: Varieties of developmental dyscalculia. *European Child and Adolescent Psychiatry,* 9, Suppl. 2: 41-58.

von Aster MG, Kucian K, Marcar V, Loenneker T, Jaggy S, Weinhold M, Martin E (2002) Kopfrechnen bei Kindern – Ergebnisse einer fMRI Studie. In: Ulrike Lehmkuhl (Hg.) Seelische Krankheit im Kindes- und Jugendalter – Wege zur Heilung. Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen.

von Aster MG (2001) Die Neuropsychologische Testbatterie für Zahlenverarbeitung und Rechnen bei Kindern (ZAREKI). Swets & Zeitlinger, Swets Test Services: Lisse, Frankfurt.

Wynn K (1992) Addition and subtraction by human infants. *Nature* 358: 749-750.